DIVISIONE DI UNA ELLISSE IN *n* PARTI EQUIVALENTI

Data un'ellisse Ɛ di semiassi a e b, con a e b numeri reali positivi qualunque, si chiede di determinare una suddivisione dell'ellisse in n parti equivalenti, con n intero positivo qualunque. L'area dell'ellisse Ɛ è pari a $A = \pi ab$.Si considera una prima parte data dall'ellisseconcentrica$\mathcal{E}_1$ di semiassi $a_1 = \frac{a}{\sqrt{n}} b_1 = \frac{b}{\sqrt{n}}$ la cui area è pari a $A_1 = \pi \frac{ab}{n}$. Si considera ora la seconda parte data dalla corona ellittica formata da $\mathcal{E}_1$ e dall'ellisse concentrica alle precedenti $\mathcal{E}_2$ di semiassi $a_2 = \frac{a}{\sqrt{n}}\sqrt{2} b_2 = \frac{b}{\sqrt{n}}\sqrt{2}$. Poiché l'area di $\mathcal{E}_2$ èpari a $A_2 = \frac{a}{\sqrt{n}}\sqrt{2} \cdot \frac{b}{\sqrt{n}}\sqrt{2} = 2\pi \frac{ab}{n}$, l'area della corona ellittica è $A_2 - A_1 = 2\pi \frac{ab}{n} - \pi \frac{ab}{n} = \pi \frac{ab}{n} = A_1$, quindi le due parti sono equivalenti. La terza parte è data dalla corona ellittica formata da $\mathcal{E}_2$ e dall'ellisse $\mathcal{E}_3$,concentrica alle precedenti, di semiassi $a_3 = \frac{a}{\sqrt{n}}\sqrt{3} b_3 = \frac{b}{\sqrt{n}}\sqrt{3}$. Poiché l'area di $\mathcal{E}_3$ è pari a $A_3 = \frac{a}{\sqrt{n}}\sqrt{3} \cdot \frac{b}{\sqrt{n}}\sqrt{3} = 3\pi \frac{ab}{n}$, l'area della corona ellittica è $A_3 - A_2 = 3\pi \frac{ab}{n} - 2\pi \frac{ab}{n} = \pi \frac{ab}{n} = A_1$, quindi le tre parti sono equivalenti. L'ennesima parte è data dalla corona ellittica formata da $\mathcal{E}_{n-1}$ e dall'ellisse$\mathcal{E}_n$, concentrica alle precedenti, di semiassi $a_n = \frac{a}{\sqrt{n}}\sqrt{n} = a b_n = \frac{b}{\sqrt{n}}\sqrt{n} = b$, che quindi coincide con l'ellisse di partenza Ɛ. Poiché l'area di $\mathcal{E}_n = \mathcal{E}$ è pari ad $A_n = A = \pi ab$, l'area della corona ellittica è $A_n - A_{n-1} = \pi ab - (n-1)\pi \frac{ab}{n} = \frac{n\pi ab - (n-1)\pi ab}{n} = \pi \frac{ab}{n} = A_1$, quindi anche questa ennesima parte è equivalente alle precedenti.

Osservazioni : se n è un numero pari (o divisibile per 4), il ragionamento si può fare per n'=n/2 (rispettivamente n'=n/4) e poi dividere le parti in 2 (risp. in 4) secondo un asse di simmetria (risp. due assi di simmetria) per ottenere comunque n parti equivalenti.